Angenäherte Getriebesynthese-Standardaufgabe der Optimierung

Die Grundidee zur Lösung angenäherter Syntheseaufgaben besteht darin, eine zu minimierende restringierte Zielfunktion F(X) zu bilden, deren Hauptbestandteil eine Fehlerfunktion f(X) darstellt. Für diese Funktion werden zugeordnete Abstände (Fehler) zwischen den Funktionswerten von Punkten der Übertragungs-/ Führungsfunktionen (Bahnkurven) als Istwerte eines Ausgangsgetriebes und den Vorgabewerten (Sollwerte) berechnet sowie über Approximationskriterien von Gauß oder Tschebyschev gewichtet eingebunden. Zur Wichtung der sich aus den Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung ergebenden Fehler werden die Größen W_0 bis W_2 verwendet. Bei Führungsfunktionen erfolgt die Wichtung über W_x, W_y, für Koordinaten der Bahnpunkte und bei Einbeziehung von Ebenenlagen zusätzlich über W_b.
Die Zielfunktion enthält als zweiten Bestandteil eine Straffunktion S(X), die für die Transformation eventuell vorhandener unzulässiger Komponenten des aus konstruktiven Getriebegrößen und Antriebsgrößen gebildeten Variablenvektors X in das Gebiet zulässiger Lösungen (Suchgebiet) verantwortlich ist. Mit Hilfe von Optimierungsstrategien wird schließlich eine Menge getriebetechnischer Lösungen zur Verfügung gestellt, aus der nach einer Bewertung die praxiswirksame Variante ausgewählt wird.
Die zur optimalen Synthese erforderliche Zielfunktion wird somit aufgabengebunden über f(X) und anschließend rechnerintern in der Form

$$\boxed{F(X) = f(X) + S(X)}$$

zur Verfügung gestellt.
Eine Spezifizierung der Zielfunktion F(X) ergibt sich schließlich aus den vorgegebenen Anforderungen an die zu entwerfenden Übertragungs- und Führungsgetriebe.

<u>Übertragungsgetriebe</u>

Zur Darstellung der jeweiligen Fehlerfunktion f(X) werden generalisierte Koordinaten für die Antriebsgrößen in der Weise eingeführt, dass die Größe q sowohl für einen Abtriebswinkel als auch -weg stehen kann. Die mit einem * Symbol versehenen Größen $q, \dot{q}, \ddot{q}$ stellen Sollwerte dar und sind als Vorgabegrößen zu berücksichtigen. Die Istwerte sind die Bewegungsgrößen des Getriebes und ergeben sich aus den jeweiligen zeitlichen Ableitungen der Übertragungsfunktion $q = q(q_0)$.

Die Fehlerfunktionen $f_G(X)$ nach Gauß und $f_T(X)$ nach Tschebyschev haben unter Beachtung der m-Getriebestellungen, für die Forderungen realisiert werden sollen, folgenden Aufbau:

$$\boxed{f_G(X) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(W_{0j}\left(q_j - q_j^*\right)\right)^2 + \left(W_{1j}\left(\dot{q}_j - \dot{q}_j^*\right)\right)^2 + \left(W_{2j}\left(\ddot{q}_j - \ddot{q}_j^*\right)\right)^2\right]}$$

$$\boxed{f_T(X) = \max_{j=1}^{m}\left(W_{0j}\left|q_j - q^*\right| + W_{1j}\left|\dot{q}_j - \dot{q}_j^*\right| + W_{2j}\left|\ddot{q}_j - \ddot{q}_j^*\right|\right)}$$

<u>Führungsgetriebe</u>

Bei dieser Klasse von Getrieben sind zwei Aufgabengruppen von praktischer Bedeutung. Zur ersten Gruppe zählt die optimale Synthese von Getrieben, bei denen eine vorgegebene Sollkurve durch eine Führungsbahn als Istkurve approximiert wird. Diese Führungsbahnen werden als Koppelkurven über K( )-Punkte (Koppelpunkte) oder Bahnkurven über S( )-Punkte (Schwingenpunkte) im Rahmen der Getriebeanalyse zur Verfügung gestellt.

Die zweite Gruppe enthält Aufgaben mit der Zielstellung, vorgegebene Soll-Ebenenlagen durch koppel- oder schwingenpunktgesteuerte Ist-Ebenenlagen eines Getriebes zu realisieren.

Die Fehlerfunktionen nach Gauß und Tschebyschev haben unter Beachtung der Getriebestellungen, für die Forderungen bestehen, folgenden Aufbau:

$$\boxed{f_G(X) = \sum_{j=1}^{m}\left[\left(W_{xj}\left(x_j - x_j^*\right)\right)^2 + \left(W_{yj}\left(y_j - y_j^*\right)\right)^2 + \left(W_{\beta_j}\left(\beta_j - \beta_j^*\right)\right)^2\right]}$$

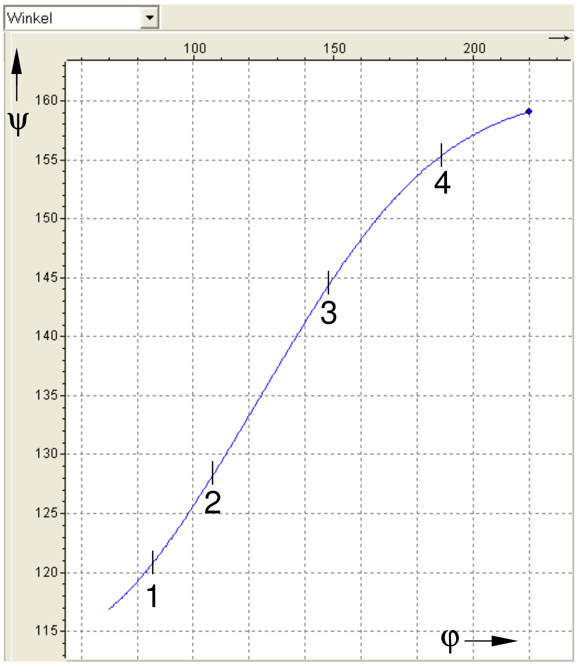
$$\boxed{f_T(X) = \max_{j=1}^{m}\left(W_{xj}\left|x_j - x_j^*\right| + W_{yj}\left|y_j - y_j^*\right| + W_{\beta j}\left|\beta_j - \beta_j^*\right|\right)}$$

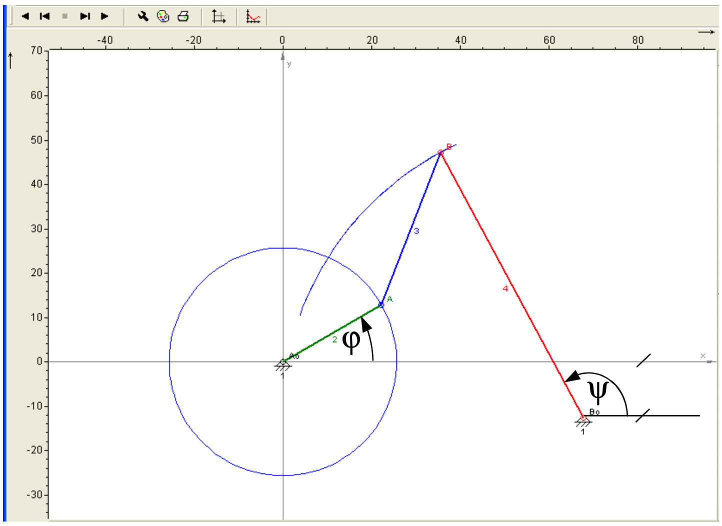
Im Folgenden wird auf die Formulierung der Fehlerfunktion über das Approximationskriterium nach Gauß für einige markante Aufgaben-Stellungen eingegangen.

Übertragungsgetriebe

(1) Verlauf einer Übertragungsfunktion mit m = 4 Diskretisierungsstellen/ Zuordnungen von Abtriebs- zu Antriebswinkeln

$$f(X) = \sum_{j=1}^{m} \left(W_{0j} \left(q_j - q_j^* \right) \right)^2$$



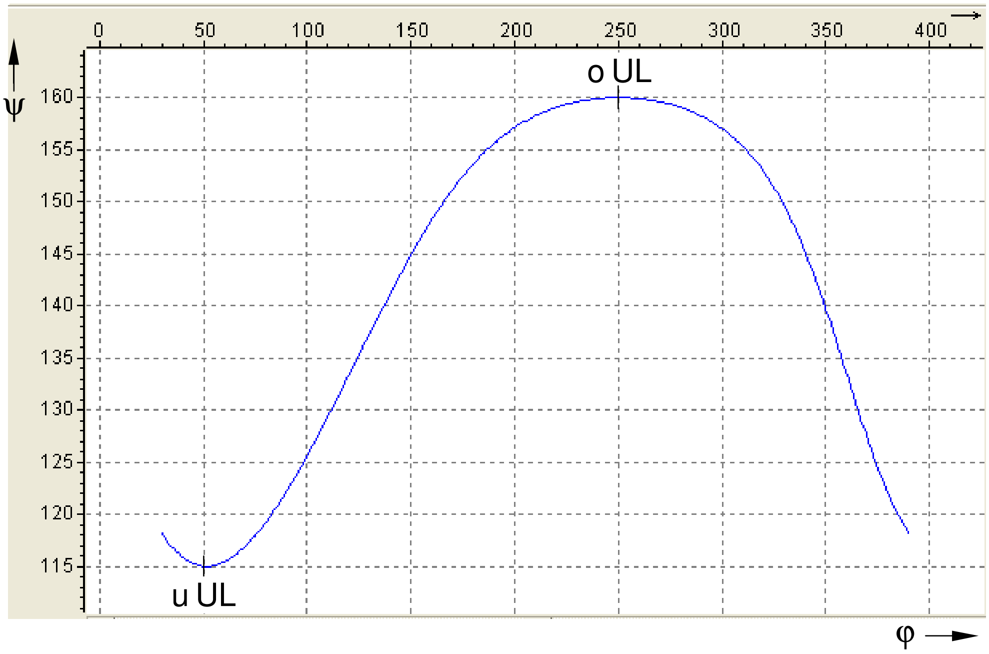


Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2
1	85	120	1	0	0	0	0
2	110	130	1	0	0	0	0
3	150	145	1	0	0	0	0
4	190	150	1	0	0	0	0

OK Abbruch

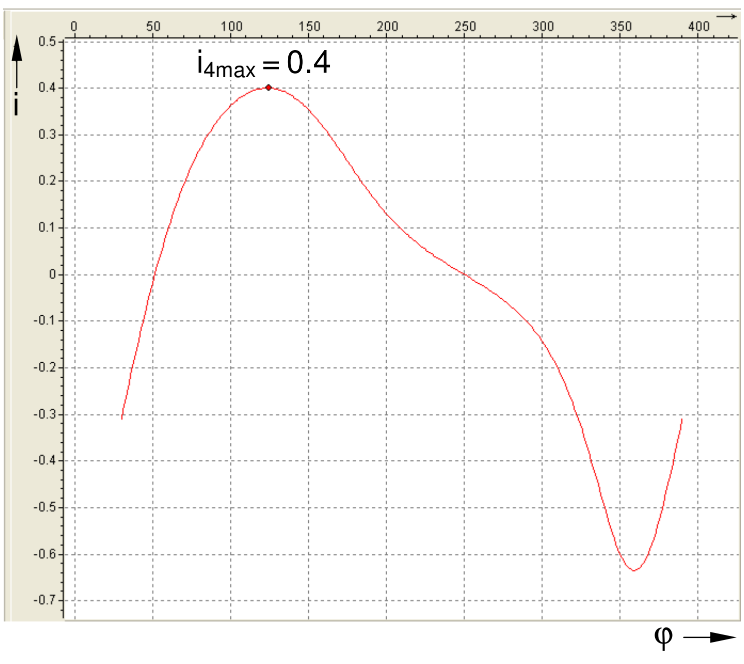
(2) Verlauf einer Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ mit 2 Grenzlagen als untere und obere Umkehrlagen



$$f(X)=\sum_{j=1}^{m}\left[\left(W_{0j}\left(q_j-q_j^*\right)\right)^2+\left(W_{1j}\dot{q}_j\right)^2\right]\ ,\ \dot{q}_1^*=\dot{q}_2^*=0$$

Untere Umkehrlage bei $\varphi = 50°$ am Antrieb für $\psi = 115°$ und obere Umkehrlage bei $\varphi = 250°$ für $\psi = 160°$.

(3) Verlauf einer Übertragungsfunktion mit unterer Umkehrlage, maximaler Übersetzung und oberer Umkehrlage



$$f(X)=\sum_{j=1}^{m}\left[\left(W_{0j}\left(q_j-q_j^*\right)\right)^2+\left(W_{1j}\left(\dot{q}_j-\dot{q}_j^*\right)\right)^2+\left(W_{2j}\left(\ddot{q}_j^*-q_j^*\right)\right)^2\right]$$

GST 2: $q_2^* = 60°$, $\dot{q}_2^* = 0$ untere Umkehrlage

GST 4: $\dot{q}_4^* = 0{,}4\,\text{rad/s}$, $\ddot{q}_4^* = 0$ max. Winkelgeschwindigkeit

GST 7: $q_7^* = 170°, \dot{q}_7^* = 0$ obere Umkehrlage

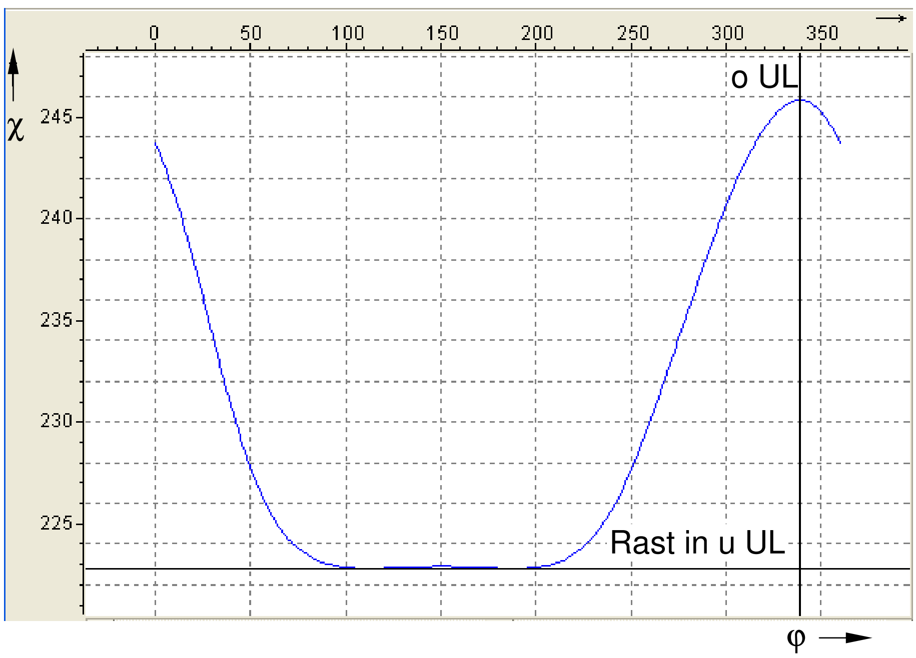
Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2
1	0	0	0	0	0	0	0
2	50	60	1	0	5	0	0
3	80	0	0	0	0	0	0
4	125	0	0	0.4	5	0	25
5	160	0	0	0	0	0	0
6	200	0	0	0	0	0	0
7	235	170	1	0	5	0	0
8	280	0	0	0	0	0	0
9	320	0	0	0	0	0	0
10	360	0	0	0	0	0	0

OK Abbruch

Untere Umkehrlage bei $\varphi = 50°$ für $\psi = 60°$ und maximale Winkelgeschwindigkeit mit 0,4 rad/s bei $\varphi = 125°$ und obere Umkehrlage bei $\varphi = 235°$ für $\psi = 170°$ am Abtrieb.

(4) Verlauf einer Übertragungsfunktion $\chi(\varphi)$ mit Rast hoher Güte in der unteren Umkehrlage für $\chi = 222°$ und obere Umkehrlage für $\chi = 245°$



$$f(X) = \sum_{j=1}^{m} \left[\left(W_{0j} \left(q_j - q_j^* \right) \right)^2 + \left(W_{1j} \left(\dot{q}_j - \dot{q}_j^* \right) \right)^2 \right]$$

GST 3 bis 8: q_3^* bis $q_8^* = 222°$

GST 10 : $q_{10}^* = 245°$, $\dot{q}_{10}^* = 0$

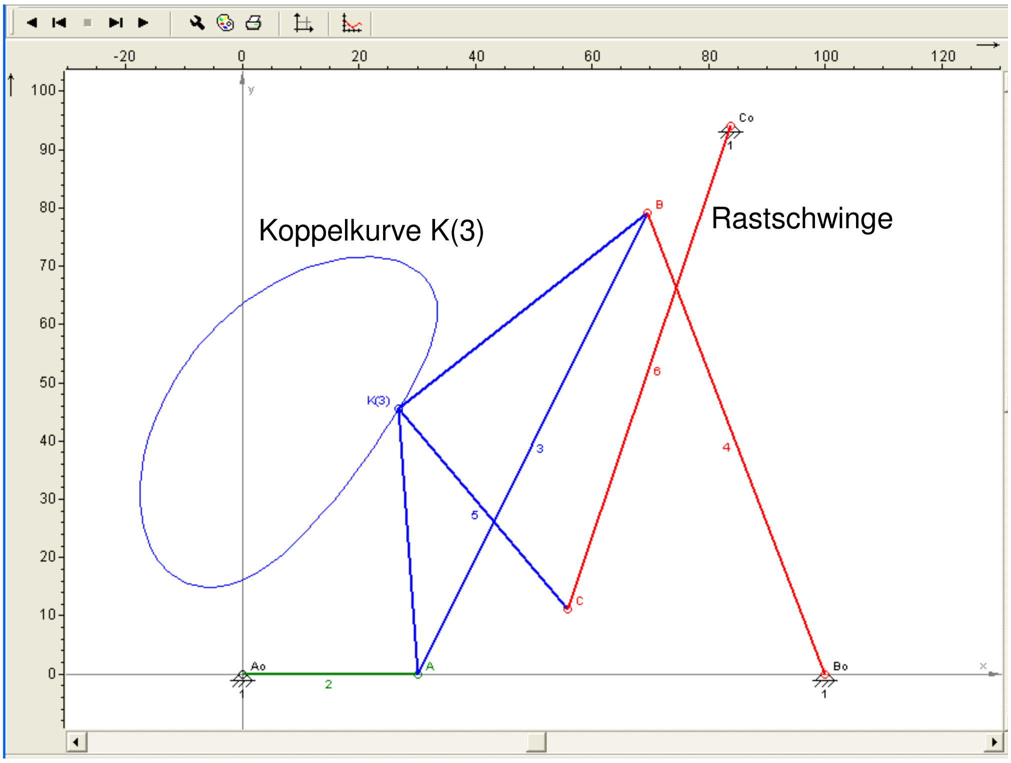
Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	Winkel/Weg	W0	Geschw.	W1	Beschl.	W2
1	0	0	0	0	0	0	0
2	50	0	0	0	0	0	0
3	100	222	1	0	0	0	0
4	120	222	1	0	0	0	0
5	140	222	1	0	0	0	0
6	160	222	1	0	0	0	0
7	180	222	1	0	0	0	0
8	200	222	1	0	0	0	0
9	270	0	0	0	0	0	0
10	237	245	1	0	5	0	0

OK Abbruch

Rast von GST = 3 bis GST = 8 mit χ = 222° in unterer Unkehrlage und obere Umkehrlage für φ = 237° in GST = 10 mit χ = 245°. Die Amplitude am Abtriebsglied (Rastschwinge 6) beträgt damit χ_0 = 23°.

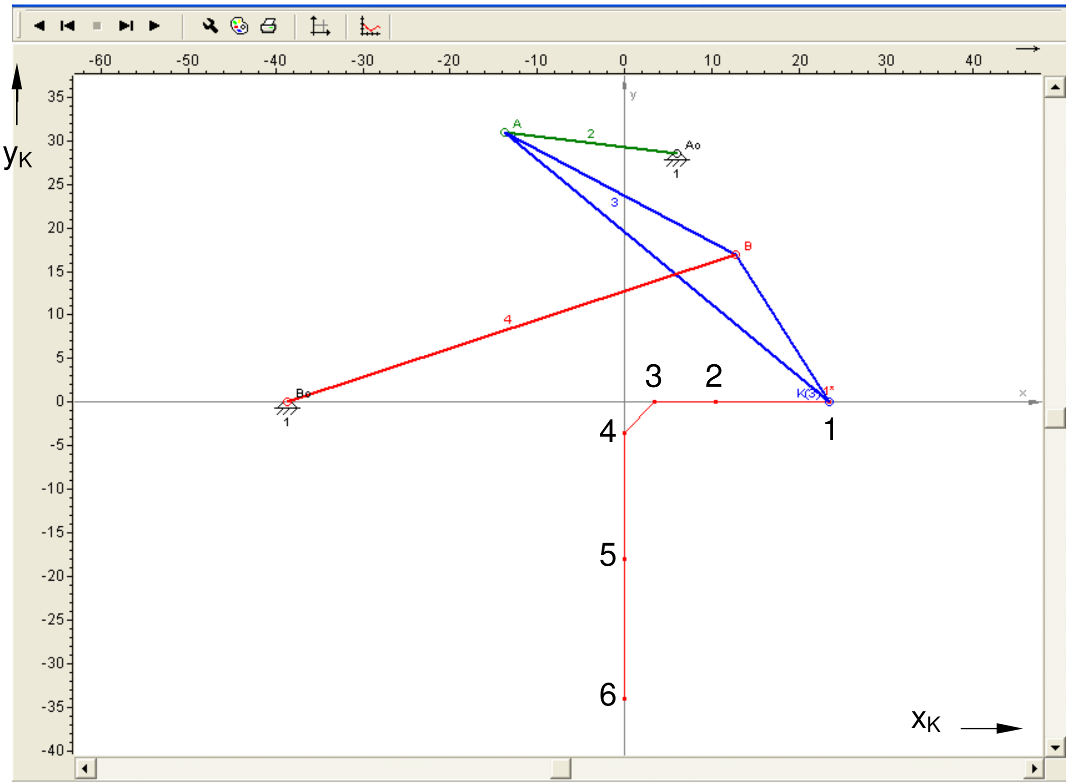
Getriebeschema des praxiswirksamen Getriebes



Abschließend folgt die Formulierung der f(X)-Funktion über das Approximationskriterium nach Gauß für zwei markante Aufgabenstellungen.

Führungsgetriebe

(1) Koppelpunktgesteuerte Punktlagen, Steuerpunkt K = K(3)
(Punktlagen-Führungsgetriebe für 6 Zuordnungen nach K. Hain)



$$f(X) = \sum_{j=1}^{m} \left[\left(W_{xj} \left(x_j - x_j^* \right) \right)^2 + \left(W_{yj} \left(y_j - y_j^* \right) \right)^2 \right], \quad W_{xj} = W_{yj} = W_j = 1$$

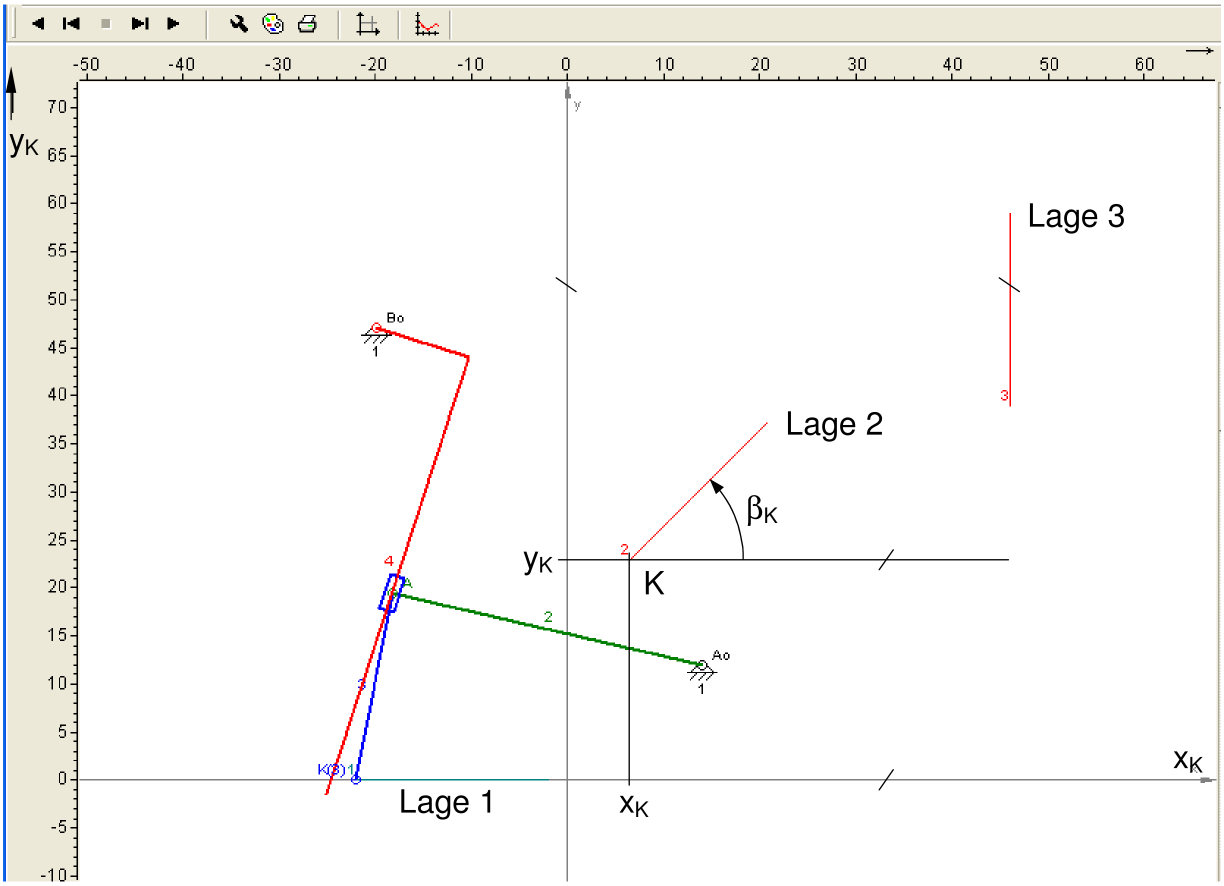
Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	xK	yK	W
1	173	23.5	0	1
2	113	10.5	0	1
3	77	3.5	0	1
4	32.5	0	-3.5	1
5	345	0	-18	1
6	302	0	-34	1

OK   Abbruch

Die Drehrichtung der Kurbel erfolgt mathematisch negativ. Für jede der 6 Getriebestellungen werden die x- und y-Koordinaten mit der gemeinsamen Wichtung W=1 in die Fehlerfunktion einbezogen.

(2) Koppelpunktgesteuerte Ebenenlagen, Steuerpunkt K = K(3)
(Ebenlagen-Führungsgetriebe für 3 Lagen nach W. Lichtenheldt)



$$f(X)=\sum_{j=1}^{m}\left[\left(W_{xj}\left(x_j-x_j^*\right)\right)^2+\left(W_{yj}\left(y_j-y_j^*\right)\right)^2+\left(W_{\beta j}\left(\beta_j-\beta_j^*\right)\right)^2\right]$$

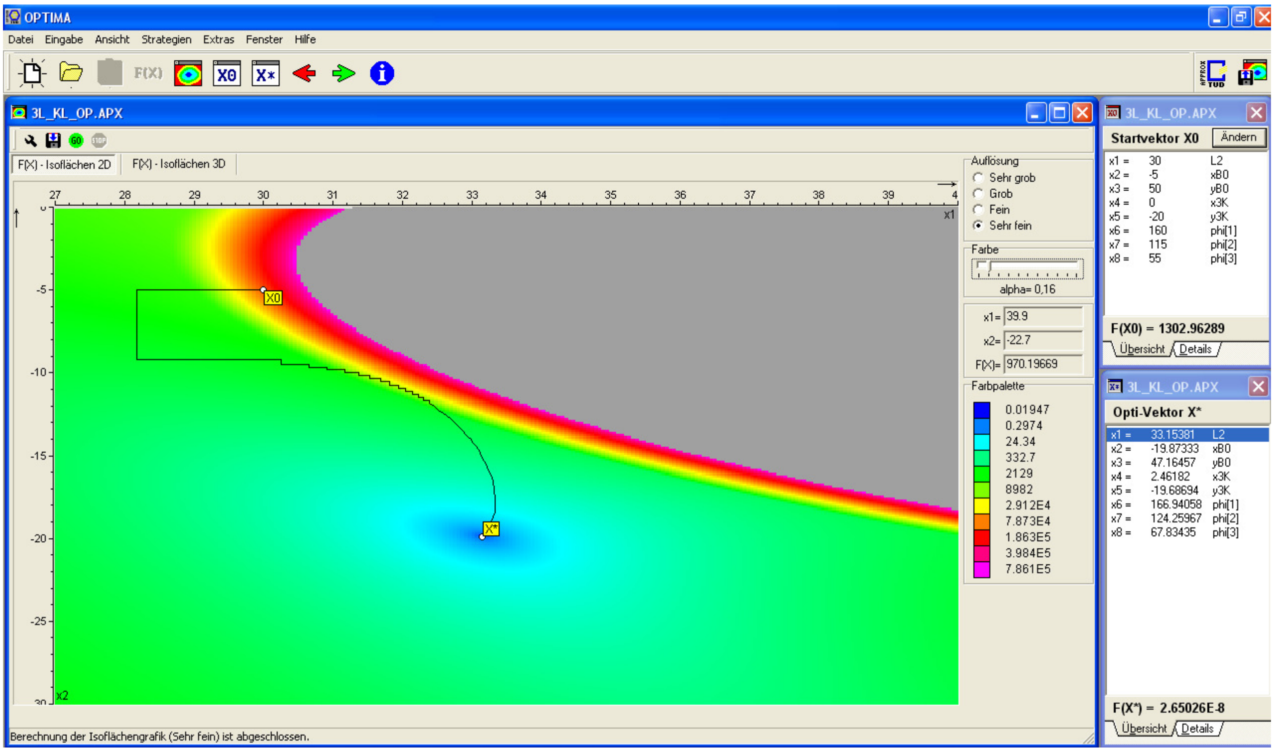
Forderungskatalog bearbeiten

GST	Antr.-Winkel	xK	yK	beta K	W
1	167	-22	0	0	1
2	125	6.5	23	45	1
3	68	46	39	90	1

OK Abbruch

Die Drehrichtung der Kurbel erfolgt mathematisch negativ. Für jede der 3 Getriebestellungen werden die x- und y-Koordinaten des Koppelpunktes K sowie die zu realisierenden Sollwinkel β der Ebenenlagen mit der gleichen Wichtung $W_x = W_y = W = 1$ in die Fehlerfunktion einbezogen.

Für das vorliegende Beispiel der Synthese einer Kurbelschleife mit 3 Ebenenlagen, die durch einen Koppelpunkt K gesteuert werden, gelten die in der x_1, x_2–Schnittebene dargestellten Isoflächen der Zielfunktion F(X). Sie werden durch den Übertragungswinkel μ_{min} und die achsenparallelen Nebenbedingungen begrenzt. Des Weiteren werden der Iterationsverlauf vom Startpunkt X_0 aus bis zum Optimalpunkt X^* angezeigt sowie die optimalen Werte der Variablen und der erreichte Zielfunktionswert $F(X^*)$ angezeigt. Die Ergebnisse wurden mit der Optimierungsstrategie von Gauß-Seidel erzielt.



Mit diesem Beispiel konnte nachgewiesen werden, dass die exakte Synthese als Sonderfall der angenäherten auch mit APPROX für Windows zu realisieren ist.