

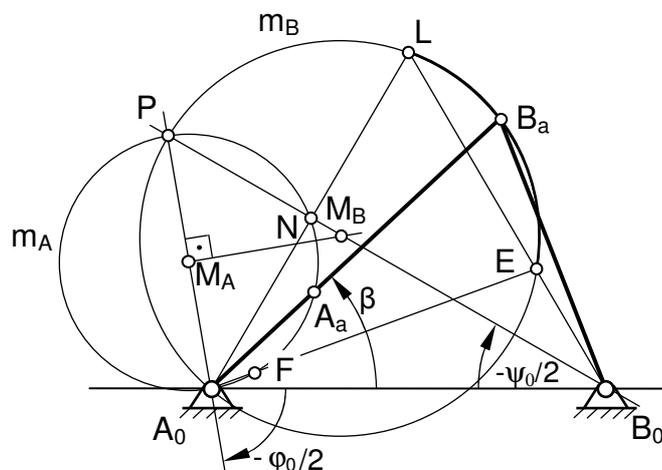
Übersicht zu Syntheseverfahren für Koppelgetriebe

Beim Entwurf von Koppelgetrieben sollte allgemein davon ausgegangen werden, dass sie sowohl als Übertragungs- als auch Führungsgetriebe eine vorgegebene Bewegungsaufgabe nur näherungsweise erfüllen können. Die exakte Synthese ist hierbei als Sonderfall zu betrachten. Außerdem sollte darauf geachtet werden, dass die Aufgabenstellung möglichst einfach formuliert wird und nur unbedingt erforderliche Forderungen und Bedingungen enthält.

Zeichnerische und rechnerische Verfahren zur Ermittlung der Abmessungen von Koppelgetrieben gehen im Allgemeinen von einer zu realisierenden Funktion als Sollfunktion aus, die über eine endliche Anzahl von Wertepaaren vorgegeben wird. Sie entspricht der gleichen Anzahl zugeordneter Punkte einer Übertragungsfunktion oder Führungsbahn, die über ein Ausgangsgetriebe bereitgestellt wird. Die Synthesaufgabe gilt dann als gelöst, wenn die Sollfunktion möglichst gut durch die Istfunktion des zu ermittelnden Getriebes approximiert wird und alle gegebenen Restriktionen erfüllt werden. Erst die Einhaltung der Nebenbedingungen macht die Lösung zur praxiswirksamen Variante.

In der folgenden Übersicht wird auf grafische (1) und analytische (2) Verfahren zur exakten Getriebesynthese sowie auf angenäherte Syntheseverfahren mit Hilfe von Atlanten (3) und über die Optimierungsrechnung (4) eingegangen.

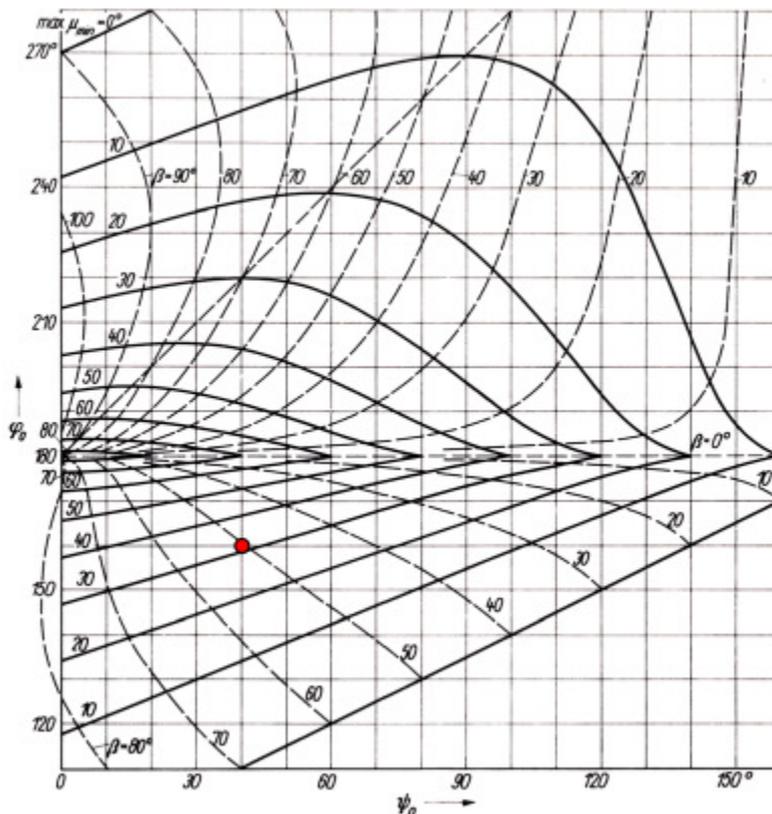
(1) Exakte Getriebesynthese über grafische Verfahren Totlagenkonstruktion nach Alt



Gegeben sind die Gestellpunkte A_0 , B_0 sowie die Totlagenwinkel φ_0 und ψ_0 . Nach dem Antragen des Winkels $-\varphi_0/2$ in A_0 und des Winkels $-\psi_0/2$ in B_0 an A_0B_0 ergeben die freien Winkelschenkel als Schnittpunkt den Pol P . Die Mittelsenkrechte von PA_0 schneidet PA_0 in M_A und PB_0 in M_B .

Die Kreise m_A und m_B um M_A und M_B durch P sind als Sonderfälle von Mittelpunktkurven die geometrischen Örter für die Gelenkpunkte A_a und B_a einer Kurbelschwinge in der äußeren Totlagenstellung. Praktisch brauchbare Getriebe ergeben sich, wenn man B_a auf dem Kreisbogenstück des Kreises m_B annimmt, der von den Punkten L und E begrenzt wird und nicht den Punkt P enthält. Mit $A_0A_aB_aB_0$ steht das gesuchte Koppelgetriebe in seinen kinematischen Abmessungen zur Verfügung. Zur weiteren Beurteilung der Laufeigenschaften des Getriebes sollte auch der minimale Übertragungswinkel nach Alt herangezogen werden, der über die Streck- bzw. Decklage der Kurbel A_0A zur Gestellgeraden A_0B_0 im Schnittpunkt (Gelenkpunkt) B der Geraden AB und B_0B als Winkel kleiner 90° auftritt.

Um übertragungsgünstige Kurbelschwinge im Sinne eines Winkels $\max \mu_{\min}$ zu erhalten, sind aufwändige grafische und analytische Untersuchungen durchzuführen, deren Ergebnisse in der folgenden Kurventafel enthalten sind.



Kurventafel nach Volmer

Optimales Getriebe (•)

$\varphi_0 = 160^\circ$, $\psi_0 = 40^\circ$
 $\max \mu_{\min} = 32^\circ$, $\beta = 50^\circ$

Abmessungen

$l_1 = A_0B_0 = 100 \text{ mm}$
 $l_2 = A_0A = 25,4 \text{ mm}$
 $l_3 = AB = 52,4 \text{ mm}$
 $l_4 = B_0B = 77,8 \text{ mm}$

(2) Exakte Getriebesynthese über analytische Verfahren

Synthesevorschrift nach Modler

Im folgenden Syntheseverfahren soll eine Parabel $\psi^* = \psi^*(\varphi) = \varphi^2/4$ durch die Übertragungsfunktion $\psi = \psi(\varphi)$ einer Kurbelschwinge im Intervall $0 \leq \varphi \leq 1$ bei günstiger Bewegungsübertragung in vier Punkten approximiert werden. Dabei darf die Länge $l_2 = A_0A = 40 \text{ mm}$ der Kurbel bei einer Länge $l_1 = A_0B_0 = 100 \text{ mm}$ des Gestells nicht überschreiten.

Das Bild 1 enthält die vier vorgegebenen Punkte im φ, ψ -Koordinatensystem. Um im Scheitelpunkt ($\psi^* = 0, \varphi = 0$) eine besonders gute Approximation zu erreichen, wird für den Anstieg $\psi'_{12} = 0$ gefordert. Die für den Syntheseprozess erforderlichen Gleichungen können wie folgt zusammengefasst werden:

Die Übertragungsfunktion 0. Ordnung eines Viergelenkgetriebes lautet mit den Beziehungen

$x_1 = l_2/l_1, x_2 = l_3/l_1, x_3 = l_4/l_1$ mit $l_1 = A_0B_0$ als Bezugsgröße und φ als Antriebs- und ψ als Abtriebsgröße:

$$F(\varphi, \psi) = x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 1 - 2x_1 \cos \varphi + 2x_3 \cos \psi - 2x_1 x_3 \cos(\varphi - \psi) = 0.$$

Da die zu realisierenden Punkte einer Funktion durch die Übertragungsfunktionen in diskreten Punkten exakt erfüllt werden sollen, gilt für diese Punkte im φ, ψ -Diagramm:

$$\begin{aligned} F(\varphi_1 + \varphi_{1i}, \psi_1 + \psi_{1i}) = \\ x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 1 - 2x_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_{1i}) \\ + 2x_3 \cos(\psi_1 + \psi_{1i}) - 2x_1 x_3 \cos(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i}) = 0 \quad \text{für } i = 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \quad (1)$$

Sollen Übersetzungen berücksichtigt werden, im vorliegenden Fall gilt die Forderung $\psi'_{12} = 0$ für den Scheitelpunkt, wird die Ableitung benötigt:

$$\psi'_{i-1,i}(\varphi_1 + \varphi_{1i}, \psi_1 + \psi_{1i}) = \frac{x_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_{1i}) + x_1 x_3 \sin(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i})}{x_3 \sin(\psi_1 + \psi_{1i}) + x_1 x_3 \sin(\varphi_1 - \psi_1 + \varphi_{1i} - \psi_{1i})}. \quad (2)$$

Bei der Realisierung von vier Punktlagen der fünf möglichen kann eine der Größen $\varphi_1, \psi_1, x_1, x_2, x_3$ frei gewählt werden. Im Fall der Aufgabe ist es $\varphi_1 = 154,5^\circ$, über deren Wert sich für die optimale Variante $\psi_1 = 206,64^\circ$ ergibt. Die restlichen drei Größen werden dem Variablenvektor X zugeordnet.

Folgende Vorgaben als Sollwerte müssen berücksichtigt werden:

$$\varphi_{12} = \psi_{12} = 0 \quad \psi'_{12} = 0 \quad (\text{Scheitelpunkt als untere Umkehrlage})$$

$$\varphi_{13} = 28,648^\circ \quad \psi_{13} = 3,581^\circ$$

$$\varphi_{14} = 57,296^\circ \quad \psi_{14} = 14,324^\circ$$

Das Syntheseverfahren besteht nun in der Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems, dessen vier Gln. für die vorliegende Aufgabe über (1) und (2) bereitgestellt werden müssen.

Mit einer Schrittweite von 2° für φ_1 ergeben sich im Bereich $148^\circ \leq \varphi_1 \leq 160^\circ$ Kurbelschwingen A_0ABB_0 mit $l_2 < 40$ mm. Die direkte Einbeziehung des minimalen Übertragungswinkels ist bei diesem Verfahren nicht möglich.

Bild 1

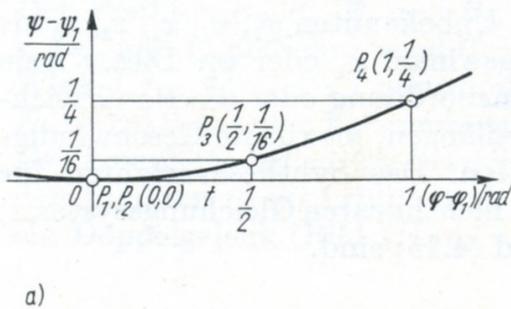
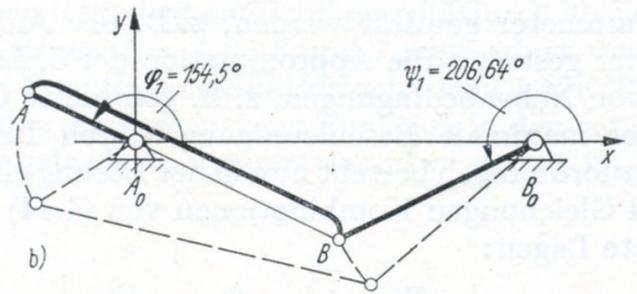


Bild 2



Die Ergebnisse der Synthese sind in der Tafel 1 zusammengestellt. Das Bild 1 zeigt den Verlauf der in vier Punkten zu realisierenden Funktion. Im Bild 2 ist die entworfene übertragungsgünstigste Kurbelschwinge mit dem größten Wert des minimalen Übertragungswinkels in der inneren Totlage dargestellt.

Tafel 1

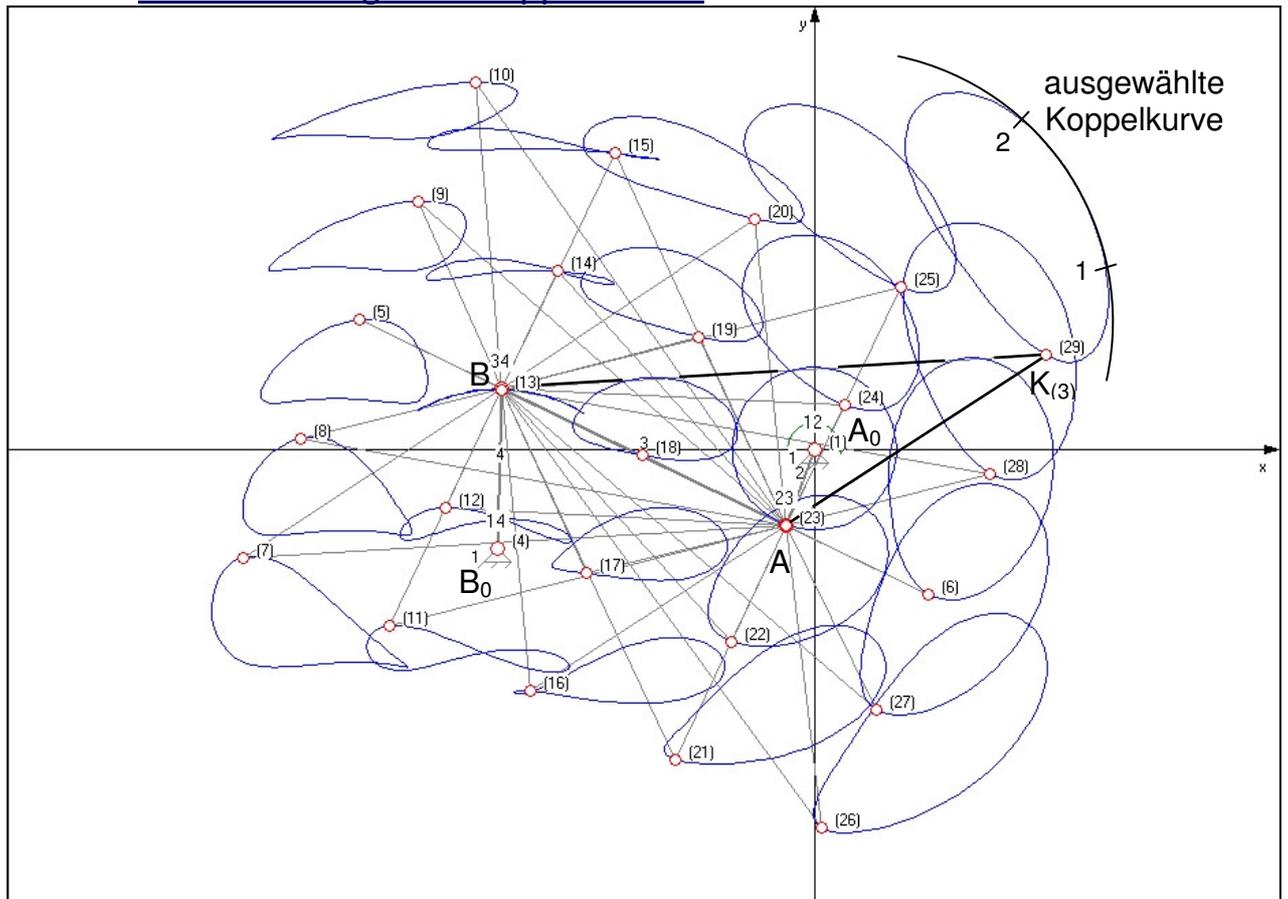
φ_1	ψ_1	l_2	l_3	l_4	$\max \mu_{\min}$
148,5°	225,94°	38,51 mm	112,13 mm	53,53 mm	14,1°
150,5°	221,69°	35,34 mm	105,60 mm	52,02 mm	28,3°
152,5°	215,46°	32,33 mm	97,47 mm	51,84 mm	41,2°
154,5°	206,64°	29,51 mm	86,31 mm	54,53 mm	47,6°
156,5°	195,34°	26,97 mm	69,16 mm	63,58 mm	34,0°
158,5°	184,77°	25,13 mm	43,90 mm	82,82 mm	19,3°

(3) Angenäherte Getriebesynthese über Koppelkurven-Atlanten Synthesemöglichkeit nach Hrones/ Nelson

Unter Einbeziehung der Atlanten soll der Versuch unternommen werden, ein 6-gliedriges Koppelrastgetriebe mit einer Rast in der unteren Umkehrlage zu entwerfen. Dabei bestehen vorerst keine konkreten Vorgaben hinsichtlich der Rastgüte und der Amplitude des Abtriebes (Rastschwinge). Die Realisierung eines Vorgabewertes für den Übertragungswinkel μ_{\min} des Gesamtgetriebes ist mit dieser Vorgehensweise nicht möglich.

Ausgangspunkt für die Lösung der Aufgabenstellung ist das Auffinden z.B. einer in der Tafel 2 dargestellten Koppelkurve mit einem Abschnitt, der einen Kreisbogen möglichst gut approximiert. Dieser Kreisbogenabschnitt ist eine Voraussetzung dafür, dass überhaupt eine Rast realisiert werden kann. Die zweite Voraussetzung besteht darin, einen Wert für die Länge l_5 der Koppel des über K(3) gesteuerten zweiten Dreigelenkbogens so festzulegen, dass sie dem Radius des zu approximierenden Kreisbogens entspricht. Durch die Wahl geeigneter Werte für die Länge der Rastschwinge l_6 und die Koordinaten des Gestellpunktes C_0 ist schließlich über die Methode trail and error eine eventuell geeignete Variante zu finden. Als Bewertungskriterien werden neben der erreichten Rastgüte auch die Rastlänge und die Amplitude der Rastschwinge herangezogen.

Tafel 2: Kurbelschwinge mit Koppelkurven



Der Entwurf eines Koppelrastgetriebes gestaltet sich nun wie folgt:
 Eine qualitative Betrachtung der in der Tafel 2 dargestellten Koppelkurven führt zu dem Ergebnis, dass mit der Kurbelschwinge A_0ABB_0 und ihrem Koppelpunkt $(29)=K(3)$ eine Koppelkurve erzeugt wird, deren Abschnitt 1–2 einen Kreisbogen gut approximiert. Die Länge l_5 der zweiten Koppel liegt damit vor. Um nun ein umlauffähiges Getriebe zur Verfügung zu stellen, müssen die Länge der Rastschwinge und die Koordinaten x_{C0} und y_{C0} gut überlegt bereitgestellt werden. Das Ergebnis eines ersten Synthesversuches steht nach der Analyse des Entwurfes und dem Betrachten des Verlaufes der Übertragungsfunktion zur Verfügung.

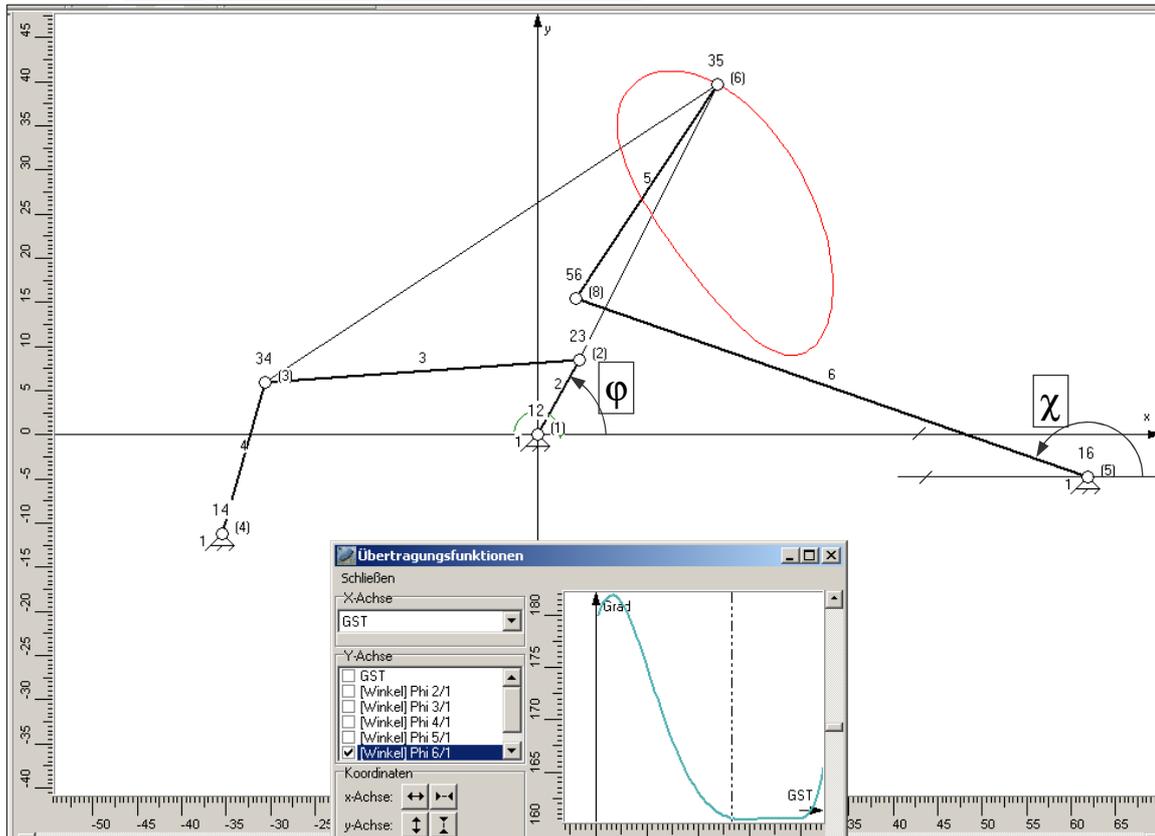
Im Bild 3 ist das Getriebeschema mit dem im ersten Versuch erreichten Verlauf der Bewegung der Rastschwinge dargestellt. Die Kennwerte des Getriebes sind:

Beginn der Rast $\varphi \approx 320^\circ$

Rastlänge $\varphi_R \approx 120^\circ$

Amplitude der Rastschwinge $\chi_0 \approx 25^\circ$

Bild 3: Rastgetriebe nach Lichtenheldt



Abschließend können die folgenden Ergebnisse angegeben werden. Dabei ist zu beachten ist, dass die Darstellungen in der Tafel 2 und im Bild 3 maßstäblich verändert wurden.

Getriebeabmessungen

$$\begin{aligned}
 x_{A0} &= y_{A0} = 0 & x_{B0} &= -35,5 \text{ mm} & y_{B0} &= -11,25 \text{ mm} \\
 l_2 &= L_2 = 9,75 \text{ mm} & x_{3K} &= -17,75 \text{ mm} & y_{3K} &= -30,0 \text{ mm} \\
 l_3 &= L_3 = 35,5 \text{ mm} \\
 l_4 &= L_4 = 18,0 \text{ mm} \\
 x_{C0} &= 61,8 \text{ mm} & y_{C0} &= -4,8 \text{ mm} \\
 l_5 &= L_5 = 29,0 \text{ mm} \\
 l_6 &= L_6 = 61,0 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Aussagen zum Rastgetriebe

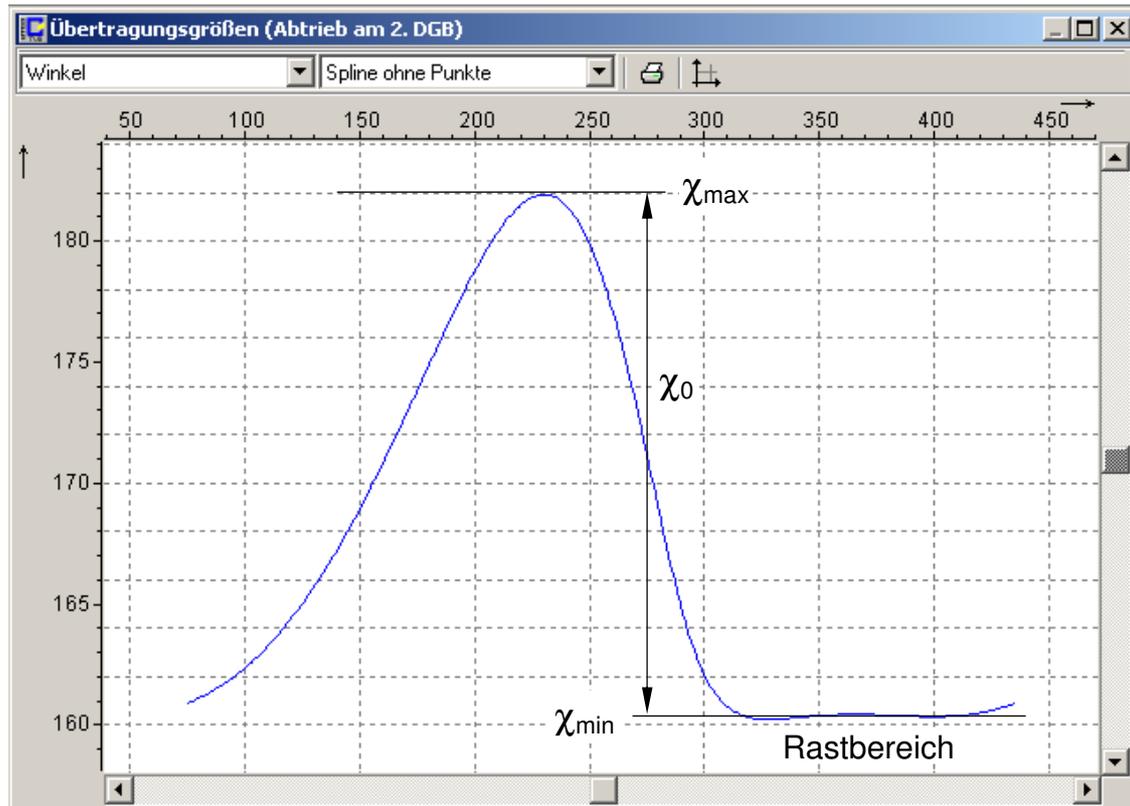
Rastbeginn bei $\varphi = 315^\circ$

Rastlänge $\varphi_R = 110^\circ$

Amplitude der Rastschwinge $\chi_0 = 22^\circ$

Übertragungswinkel des Gesamtgetriebes $\mu_{\min} = 14,4^\circ$

Bild 4



Im Bild 4 ist der Verlauf der Übertragungsfunktion 0.Ordnung, also $\chi = \chi(\varphi)$, angegeben. Bei nicht zu hohen Anforderungen an die Güte der Rast kann der erreichte Entwurf durchaus als gelungen angesehen werden. Eine Rast mit ansprechender Güte liegt erfahrungsgemäß dann vor, wenn die Breite des Toleranzbandes für den Rastbereich ca. 1% der Amplitude $\chi_0 = \chi_{\max} - \chi_{\min}$ der Rastschwinge nicht überschreitet. Im vorliegenden Fall ist diese Bedingung erfüllt.

Die hier beschriebene Synthesemöglichkeit, unter Einbeziehung von Atlanten, Kurventafeln oder Arbeitsblättern zu einer geeigneten Lösung zu gelangen, ist nach wie vor dann zu empfehlen, wenn es sich um die Bereitstellung von Startversionen für einen anschließenden Optimierungsprozess handelt.

(4) Angenäherte Getriebesynthese als Standardaufgabe der Optimierung

Im letzten Teil dieser Übersicht werden mit Hilfe der Optimierungsrechnung die Ergebnisse der exakten Synthese nach Modler über das Programmpaket APPROX für Windows überprüft. Zusätzlich wird auch der im Nachgang ermittelte minimale Übertragungswinkel als nichtlineare Nebenbedingung einbezogen. Verwendet wird dabei das Beispiel aus der Übersicht (2), Tafel 1, 4. Zeile mit $\mu_{\min}^* = \max \mu_{\min} = 47,6^\circ$ und $\varphi_1 = 154,5^\circ$.

In der Tafel 3 sind die Antriebsgröße φ_1 für den Scheitelpunkt der Parabel in zwei identischen Punkten P_1, P_2 (GST=1) und die Größen φ_2 und φ_3 für die Stützstellen der Punkte P_3 und P_4 (GST=2 und 3), Bild 1, angegeben.

Tafel 3

GST	Winkel (Grad)	Geschw. (rad/s)	Beschl. (rad/s ²)	Blockbildung (Synthese)
1	154.5	1	0	0
2	183.148	1	0	0
3	211.796	1	0	0

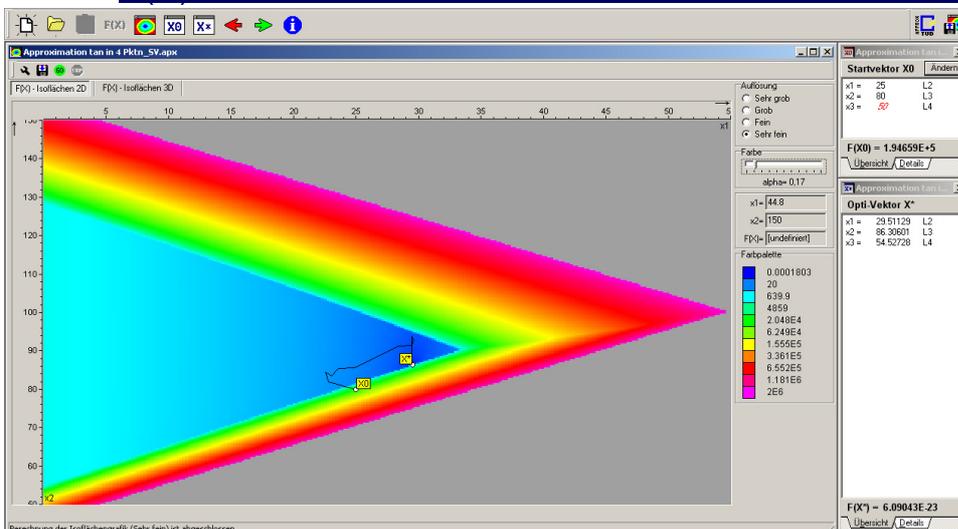
Die Tafel 4 gibt über die untere und obere Schranke den Variationsbereich für die den Getriebeabmessungen zugeordneten Variablen an.

Tafel 4

Var.	Größe	aktueller Wert	untere Schranke	obere Schranke
X[1]	L2	25	0.001	55
X[2]	L3	80	50	150
X[3]	L4	50	50	60

Bild 5 zeigt die Isoflächen der über μ_{\min} restringierten Zielfunktion $F(X)$ und den Iterationsverlauf vom Startpunkt X_0 mit dem Funktionswert $1,9E+5$ bis zum Minimum mit $F(X^*) = 0$.

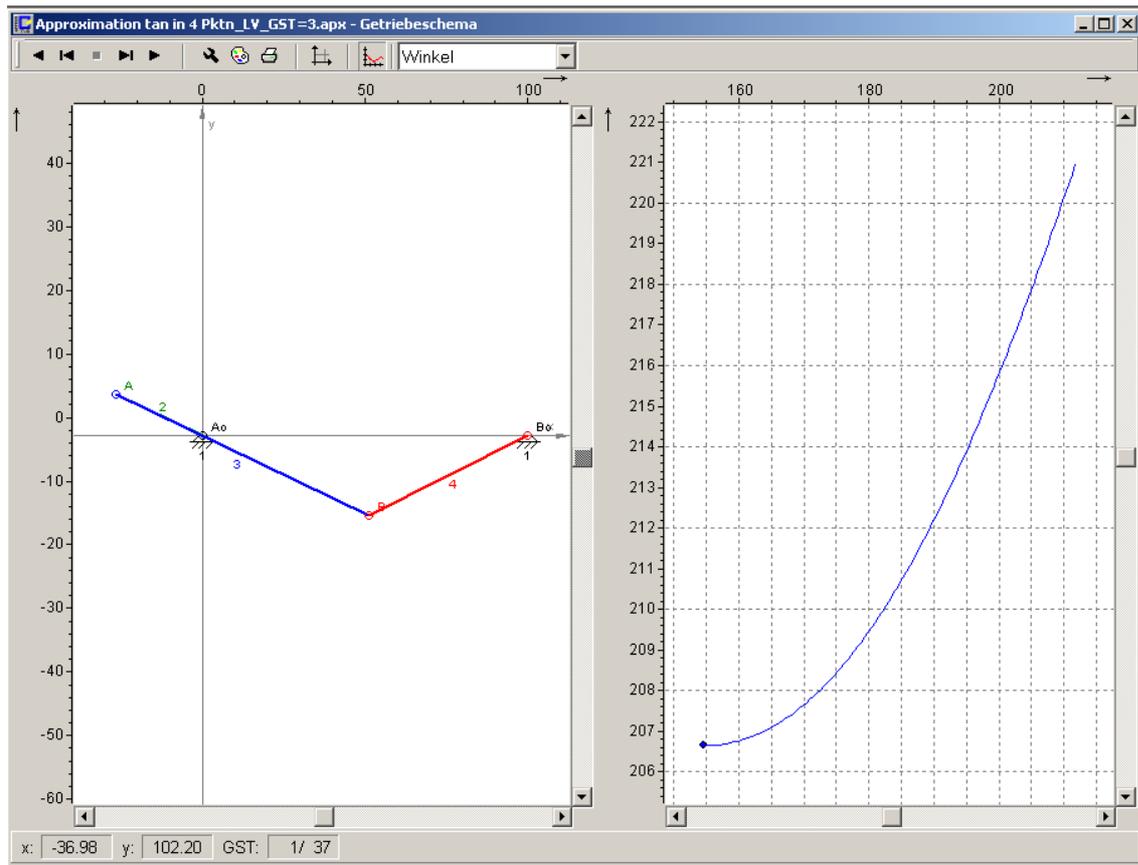
Bild 5: $F(X)$ -Isoflächen mit Iterationsverlauf zum Minimum X^*



$L_1 = 100 \text{ mm}$
 $L_2 = 29,51 \text{ mm}$
 $L_3 = 86,31 \text{ mm}$
 $L_4 = 54,53 \text{ mm}$
 $\mu_{\min} = 47,6^\circ$

Im Bild 6 sind die optimale Variante einer Kurbelschwinge in der inneren Totlage und der betrachtete Abschnitt der tan-Funktion angegeben.

Bild 6



Die Tafel 5 gibt schließlich Auskunft über die im Rahmen der approximativen (angenäherten) Synthese erreichten Ergebnisse.

GST 1: $\varphi_1 = 154,5^\circ$ entspricht $\varphi_{12} = \psi_{12} = 0$

GST 2: $\varphi_2 = 183,15^\circ$ entspricht $\varphi_{13} = 28,65^\circ$ für $\psi_{13} = 3,58^\circ$

GST 3: $\varphi_3 = 211,79^\circ$ entspricht $\varphi_{14} = 57,30^\circ$ für $\psi_{14} = 14,32^\circ$

Tafel 5

GST	Antriebswinkel Grad	Abtriebswinkel Grad	Geschwindigkeit rad/s	Beschleunigung rad/s ²	Übertr.-Winkel Grad
1	154.5000	206.6419	-0.0000	0.4511	52.1419
2	183.1450	210.2222	0.2572	0.5305	47.6350
3	211.7860	220.9612	0.4727	0.2993	54.4970

Minimaler Übertragungswinkel: 47,6° in GST = 2

Drucken

Die Ergebnisse in Tafel 5 zeigen, dass die mit APPROX für Windows erzielten Werte denen der exakten Getriebesynthese entsprechen. Die untere Totlage sowie die Winkeldifferenzen am Abtrieb werden eingehalten und der minimale Übertragungswinkel erreicht den Vorgabewert von 47,6°.