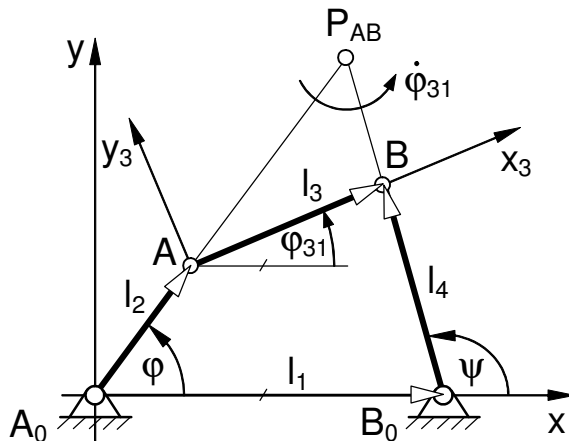


Algorithmen zur Bewegungsanalyse unter Verwendung der komplexen Zahlen

Gegeben: Viergelenkgetriebe, Koordinatensystem, Abmessungen

Gesucht: Übertragungsfunktionen und Bewegungsgleichungen



Ausgehend von den beiden Vektorzügen zu Gelenkpunkt B,

$$l_2 e^{i\varphi} + l_3 e^{i\varphi_{31}} = l_1 + l_4 e^{i\psi},$$

und der Multiplikation der konjugiert komplexen Größen

$$l_3 e^{i\varphi_{31}} = l_1 + l_4 e^{i\psi} - l_2 e^{i\varphi}$$

$$l_3 e^{-i\varphi_{31}} = l_1 + l_4 e^{-i\psi} - l_2 e^{-i\varphi}$$

folgt die Übertragungsgleichung in der Form:

$$F(\varphi, \psi) = 0 = l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2 - 2l_1 l_2 \cos \varphi + 2l_1 l_4 \cos \psi - 2l_2 l_4 \cos(\varphi - \psi)$$

Sie lässt sich in vereinfachter Form wie folgt angeben:

$$\mathbf{A \cos \psi + B \sin \psi + C = 0}$$

Hierin bedeuten:

$$A = 2l_4 (l_1 - l_2 \cos \varphi)$$

$$B = -2l_2 l_4 \sin \varphi$$

$$C = l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2 - 2l_1 l_2 \cos \varphi$$

Unter Anwendung bekannter Theoreme für $\cos \psi$, $\sin \psi$, $\tan \frac{\psi}{2}$ folgt schließlich:

$$\psi = 2 \arctan \frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{A - C}$$

Übertragungsfunktion 0. Ordnung

Ausgehend von den o. g. Vektorzügen folgen nach zahlreichen Umformungen:

$$\psi' = \frac{l_2}{l_4} \cdot \frac{l_1 \sin \varphi + l_4 \sin(\varphi - \psi)}{l_1 \sin \psi + l_2 \sin(\varphi - \psi)}$$

Übertragungsfunktion 1. Ordnung

$$\psi'' = \frac{l_1 l_2 \cos \varphi + (1 - \psi')^2 l_2 l_4 \cos(\varphi - \psi) - \psi'^2 l_1 l_4 \cos \psi}{l_1 l_4 \sin \psi + l_2 l_4 \sin(\varphi - \psi)}$$

ÜF 2. Ordnung

Für die Bewegungsgrößen gilt:

$$\dot{\psi} = \psi' \dot{\varphi} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit}$$

$$\ddot{\psi} = \psi'' \dot{\varphi}^2 + \psi' \ddot{\varphi} \quad \text{Winkelbeschleunigung}$$