

420

$$a_n := \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Vermutung: } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

Zu zeigen:

Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert eine $m \in \mathbb{N}$,
so dass $|a_n - 0| < \varepsilon$, sobald $n \geq m$.

Konkret:

$$|\frac{1}{n} - 0| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Leftrightarrow 1 < \varepsilon \cdot n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} < n \Leftrightarrow n > \frac{1}{\varepsilon}$$

Definition des Grenzwerts ist erfüllt
mit $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$.

Somit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \underline{\underline{0}}$$