1. Grundlegende Konzepte der Informatik

Inhalt

- Algorithmen
- Darstellung von Algorithmen mit Programmablaufplänen
- Beispiele für Algorithmen
- **Aussagenlogik**
- Zahlensysteme
- Kodierung

Aussagenlogik

Aussagen sind formulierte

- Bedingungen, zum Beispiel x<5
- Relationen, wie a(i)<a(i+1)
- ‚berechnete' Aussagen, wie z.B. ‚2000 ist ein Schaltjahr'

Aussagen …

- können den Steuerfluss eines Programms beeinflussen
- können logisch verknüpft werden und ergeben neue Aussagen
- sind möglicherweise Eingabe oder Ausgabe von Programmen und werden durch Programme berechnet

Aussagenlogik

Mathematische Grundlagen durch

die Boolesche Algebra und die

Mengenlehre

Anwendungen sind die

- **Aussagenlogik**, mit 0 als falsch und 1 als wahr
- Schaltalgebra mit 0 (Schaltzustand AUS bzw. Spannung niedrig) und 1 (Schaltzustand EIN bzw. Spannung hoch)

Bedingungs-Ausdrücke

Einzelne Aussagen (z.B. Bedingungen) können mit logischen Operationen verbunden werden.

- AND – logisches UND, &&
- OR – logisches ODER, ||
- XOR – logisches Exklusives ODER (entwederoder)
- NOT – Negation, not, auch ~

Beispiele:

if NOT(zahl < 0) AND NOT (zahl > 64) …

if zahl >= 0 AND zahl <= 64 …

if NOT (zahl <0 OR zahl >64) …

Alle drei Beispiele bedeuten das gleiche – es wird geprüft, ob zahl im Intervall zwischen 0 und 64 liegt

Bedingungen & Aussagenlogik (1)

Die Operationen sind über Elemente definiert, die die Werte *wahr* oder *falsch* annehmen können, bzw. auch 1 oder 0

Axiomatische Definition – Operationen AND, OR, NOT

a AND b

a	b	a AND b
falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch
wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr

a OR b

a	b	a OR b
falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	wahr
wahr	wahr	wahr

NOT a

a	NOT a
falsch	wahr
wahr	falsch

Bedingungen & Aussagenlogik (2)

Eigenschaften:

a AND b = b AND a	Kommutativität bezüglich AND
a OR b = b OR a	Kommutativität bezüglich OR
a AND wahr = a	Neutrales Element (wahr) bezüglich AND
a OR falsch = a	Neutrales Element (falsch) bezüglich OR
a AND k(a) = falsch	Komplementäres Element zu k(a): k(a) = NOT a
a OR k(a) = wahr	

Bedingungen & Aussagenlogik (3)

Verkettung von Operationen gleicher Art:

(a AND b) AND c = a AND (b AND c) = a AND b AND c

(a OR b) OR c = a OR (b OR c) = a OR b OR c

Verkettung unterschiedlicher Operationen:

(a AND b) OR c = (a OR c) AND (b OR c)

a AND (b OR c) = (a AND b) OR (a AND c)

(a OR b) AND c = (a AND c) OR (b AND c)

a OR (b AND c) = (a OR b) AND (a OR c)

Distributivität einer Operation gegenüber der anderen

Bedingungen & Aussagenlogik (4)

Verkettung unterschiedlicher Operationen:

(a AND b) OR c ist nicht gleich   a AND (b OR c)

… was bedeutet, dass sich für ausgewählte Werte von a,b und c unterschiedliche Ergebnisse der Ausdrücke ergeben können.

Beispiel:

(Kaffee AND Milch) OR Tee

ist nicht gleich

Kaffee AND (Milch OR Tee)

Der Ausdruck oben, würde zum Beispiel bei Tee=wahr immer wahr sein. Der untere Ausdruck würde bei Tee=wahr, Kaffee=falsch insgesamt den Wert falsch annehmen.

Ein Gegenbeispiel reicht als Beweis für Ungleichheit im Allgemeinen.

Bedingungen & Aussagenlogik (5)

Verkettung unterschiedlicher Operationen:

Wenn mehrere Operationen AND und OR in einer aussagenlogischen Formel benutzt werden, müssen Klammern den Wirkungsbereich der Operatoren eindeutig festlegen.

Bedingungen & Aussagenlogik (6)

Weitere Regeln:

NOT (a AND b) = (NOT a) OR (NOT b)

NOT (a OR b) = (NOT a) AND (NOT b)

De Morgansches Gesetz

NOT (NOT a) = a

Negation der Negation

Bedingungen & Aussagenlogik (7)

Definition einer weiteren Operation mit Hilfe der anderen Operationen:

XOR (EXCLUSIVES OR, deutsch: entweder oder)

a XOR b = (a AND (NOT b)) OR ((NOT a) AND b)

FOLGERUNG a →b: aus a folgt b

a → b = (a AND b) OR ((NOT a) AND (NOT b)) OR ((NOT a) AND b)

Regeln:

- wenn a wahr ist, dann muss auch b wahr sein.
- ist a falsch, dann darf b auch falsch sein
- es ist aber auch erlaubt, dass b wahr ist, wenn a falsch ist.

Aussagen und Bedingungen

Negation bezüglich Vergleichsoperatoren:

a: $x<5$
NOT a: $x>=5$

b: $r>s$
NOT b: $r<=s$

c: $i = j$
NOT c: $i \neq j$

Anwendung des De Morganschen Gesetzes:

a AND b AND c in einer Form als x<5 AND r>s AND i=j

kann umgeformt werden zu

NOT (NOT a OR NOT b OR NOT c) , das entspricht

NOT(x>=5 OR r<=s OR i≠ j)

Minimierung aussagenlogischer Ausdrücke

Manchmal sind Ausdrücke lang und unübersichtlich

Beispiel:
c = (a AND b) OR (a AND (NOT b)) OR ((NOT a) AND b)

Minimierung (Vereinfachung) durch Absorptionsgesetze
x AND (x OR y) = x
x OR (x AND y) = x
(x AND y) OR (x AND (NOT y) = x
(x OR y) AND (x OR (NOT y)) = x

Das Beispiel oben ergibt eine einfachere Form:
c = a OR ((NOT a) AND b) =
(a OR (NOT a)) AND (a OR b) = a OR b